Economie de l'Assurance : M1
Séance 3 : Sélection Contraire
Correction

Exercice 1 : Choix d'un service d'assurance

1)
L'assureur connait le type des consommateurs il peut donc mettre en place deux offres de services en maximisant indépendant son profit sur chacun d'eux.
Pour le consommateur de type $k = \{H, B\}$ il maximise le programme suivant :

$$\max_{\{qk,pk\}} \pi k = pk - C(qk)$$

Sous contrainte de participation de l'agent $(CP) gk = \theta k qk - pk \geq 0$
Or cette contrainte est saturée car
$\partial\pi k/\partial qk < 0 ; \partial gk/\partial qk > 0 \; et \partial\pi k/\partial pk > 0 ; \partial gk/\partial pk < 0$ nous avons donc : $\theta k qk = pk$
Nous pouvons donc simplifier le programme d'optimisation :

$$\max_{\{qk\}} \theta k qk - C(qk)$$

$C(.)$ Étant convexe cela nous garantit que notre programme admet un maximum unique et global. Nous pouvons donc utiliser les CPO (conditions de premier ordre).

$$\partial\pi k/\partial qk = 0 \Leftrightarrow qk * = C' - 1(\theta k) \Rightarrow pk * = \theta k C' - 1(\theta k)$$

2) Le contrat sera-t-il proposé ? -> Soupçon de sélection adverse désavantageuse :

On calcule $\Pi^{\bar{A}} - \Pi^{A} = (1-\pi)(\theta_H C'^{-1}(\theta_H) - \theta_B C'^{-1}(\theta_B) - \boldsymbol{C}\big(C'^{-1}(\theta_H)\big) + \boldsymbol{C}\big(C'^{-1}(\theta_B)\big))$

$$\Pi^{\bar{A}} - \Pi^{A} \geq 0 \; ssi$$

$$\theta_H C'^{-1}(\theta_H) - \boldsymbol{C}\big(C'^{-1}(\theta_H)\big) \geq \theta_B C'^{-1}(\theta_B) - \boldsymbol{C}\big(C'^{-1}(\theta_B)\big)$$

Or

$$\theta_H > \theta_B$$
$$C\big(C'^{-1}(\theta_H)\big) > C\big(C'^{-1}(\theta_B)\big)$$

Or la forme de $C(.)$ ne nous ai pas donnée explicitement, donc il peut exister une fonction C tel que la sélection contraire est avantageuse, dans ce cas le producteur propose uniquement le bien B et n'a pas à tenir compte de celle-ci dans son programme (dépend du degré de convexité de C et de l'écart entre θ_H et θ_B . Cependant, cette sélection contraire peut aussi être coûteuse dans ce cas, il ne proposera pas les contrats calculés en 1) et modifiera son programme d'optimisation en y incluent des contraintes d'incitations.

3)

$$\max_{\{q_H, q_B, p_H, p_B\}} \pi(p_B - C(q_B)) + (1-\pi)(p_H - C(q_H))$$
$$s.c.$$
$$(CP)_H \; \theta_H q_H - p_H \geq 0$$
$$(CP)_B \; \theta_B q_B - p_B \geq 0$$
$$(CI)_{HvsB} \theta_H q_H - p_H \geq \theta_H q_B - p_B$$
$$(CI)_{Bvs\,H} \theta_B q_B - p_B \geq \theta_B q_H - p_H$$

Résolution :

1) Traitement des contraintes

Pas de sélection adverse sur B donc $(CI)_{BvsH}$ inutile (à vérifier à postériori).

$$(CP)_H \ et \ (CP)_B \ saturées \ car \ \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} < 0 \ et \ \frac{\partial \Pi}{\partial p_i} > 0 \ et \ notons \ g_i = \theta_i q_i - p_i \forall i = \{H, G\}$$
$$\frac{\partial \mathrm{g_i}}{\partial q_i} > 0 \ et \ \frac{\partial \mathrm{g_i}}{\partial p_i} < 0$$

De plus si $(CI)_{HvsB}$ et $(CP)_B$ satisfaites ➔ $(CP)_H$
Car $\theta_H q_H - p_H \geq \theta_H q_B - p_B \geq \theta_B q_B - p_B \geq 0 \ car \ \theta_H > \theta_B$
Or $\theta_H q_B - p_B = 0 \ et \ \theta_B q_B - p_B = 0 \ donc \ \theta_H q_B - p_B = 0 \ donc \ (CI)_{HvsB} \ saturée!$

On a donc :

$$\theta_B q_B - p_B = 0, \theta_H q_H - p_H = \theta_H q_B - p_B, \theta_H q_H - p_H = 0$$

➔

$$p_B^* = \theta_B q_B^* \ et \ p_H^* = \theta_H (q_H^* - q_B^*) + \theta_B q_B^*$$

Pas besoin de vérifier $(CP)_H$ car $(CP)_B et \ (CI)_{HvsB}$ satisfaites

2) On peut récrire le programme d'optimisation sans contrainte :

$$\max_{\{q_B, q_H\}} \pi(\theta_B q_B - C(q_B)) + (1-\pi)(\theta_H(q_H - q_B) + \theta_B q_B - C(q_H))$$

Fonction strictement concave en $q_H et \ q_B$ donc condition de 1[er] ordre nécessaire et suffisante !
CPO :

$$\frac{\partial .}{\partial q_B} = 0 \ \Leftrightarrow q_B^* = C'^{-1}\left(\frac{(1-\pi)(\theta_B - \theta_H) + \pi\theta_B}{\pi}\right)$$
$$\Longrightarrow p_B^* = \theta_B C'^{-1}\left(\frac{(1-\pi)(\theta_B - \theta_H) + \pi\theta_B}{\pi}\right)$$
$$\frac{\partial .}{\partial q_H} = 0 \ \Leftrightarrow q_B^* = C'^{-1}(\theta_H)$$
$$\Longrightarrow p_B^* = \theta_H C'^{-1}(\theta_H)$$

On vérifie $(CI)_{BvsH}$

$$0 > (\theta_B - \theta_H)C'^{-1}(\theta_H) \rightarrow \text{ok}$$

Exercice 2 : Assurance en information asymétrique

Exercice 2 : Assurance en information asymétrique

1) Information symétrique, l'assureur observe le type ($\boldsymbol{x = \rho}$)

(a) $(CP)_{k=\{P,R\}} = p_k \ln(64 - 63 - x_k + q_k) + (1 - p_k)\ln(64 - x_k) \geq p_k \ln(64-63) + (1 - p_K)\ln(64)$

(b)
Connait le type : $E(\pi_k) = x_k - p_k q_k$
Ne connait pas le type : $tE(\pi_P) + (1-t)E(\pi_R)$
(c)
En CPP, profit =0 : $x_k - p_k q_k = 0 \Leftrightarrow x_k = p_k q_k$
Or le consommateur est averse et l'assureur neutre donc il souhaite se couvrir au maximum (i.e $q = 63$).
En monopole il maximise le programme suivant pour chaque type (symétrie d'information) :
$\mathbf{max}_{\{x_k, q_k\}}\, x_k - p_k q_k \; s.c.\; (CP)_{k=\{P,R\}}$
…
$q_{k*} = 63$; $x_{k*} = 64 - \exp\left((1-p_k)\ln(64)\right)$

2) **On suppose maintenant que l'employeur n'observe pas le type de l'agent**

(a)

- ➔ Asymétrie d'information implique sélection contraire : les risqués vont se faire passer pour prudent car $q_P^* = q_R^* = 63$ et $x_P^* < x_R^*$

Cela est-il couteux ? oui :

En CPP : $0 - (1-t)\left(\frac{1}{3}63 - \frac{1}{2}63\right) > 0$
En Monopole : $t\left(x_P^* - \frac{1}{3}63\right) + (1-t)\left(x_R^* - \frac{1}{2}63\right) - t\left(x_P^* - \frac{1}{3}63\right) - (1-t)\left(x_P^* - \frac{1}{2}63\right) < 0 \; car\; x_P^* < x_R^*$

(b)

$$max_{\{x_P, q_P, x_R, q_R\}} t\left(x_P - \frac{1}{3}q_P\right) + (1-t)\left(x_R - \frac{1}{2}q_R\right)$$

$s.c.$

$$(CP)_P : \frac{1}{3}\ln(64 - x_P + q_P) + \frac{2}{3}\ln(64 - x_P) \geq \frac{2}{3}\ln(64)$$

$$(CP)_R : \frac{2}{3}\ln(64 - x_R + q_R) + \frac{1}{3}\ln(64 - x_R) \geq \frac{1}{3}\ln(64)$$

$$(CI)_{RvsP} : \frac{2}{3}\ln(64 - x_R + q_R) + \frac{1}{3}\ln(64 - x_R) \geq \frac{2}{3}\ln(64 - x_P + q_P) + \frac{1}{3}\ln(64 - x_P)$$

$$(CI)_{PvsR} : \frac{1}{3}\ln(64 - x_P + q_P) + \frac{2}{3}\ln(64 - x_P) \geq \frac{1}{3}\ln(64 - x_R + q_R) + \frac{2}{3}\ln(64 - x_R)$$